

ファイル名
モジュール名

fftd.vb
FftDouble

数学

時間間隔 Δ でサンプリングされた N 個（偶数）の標本値

$$h_0, h_1, \dots, h_k, \dots, h_{N-1}$$

から、周波数

$$f_n \equiv \frac{n}{N\Delta} \quad n = -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2}+1, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1, \frac{N}{2}$$

における離散フーリエ変換 $H(f_n)$ を推定する。 f_n は、一見したところ $N+1$ 個であるが、 $n = -N/2$ と $N/2$ の両端で $H(f_n)$ は独立ではなく等しいので、独立した $H(f_n)$ は N 個である。また、この両端は、Nyquist 帯域の両端に対応する。 $H(f_n)$ は、 h を用いて

$$H(f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{2\pi i f_n t} dt = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N}$$

と表せる。特に、 Δ に依存しない量として、

$$H_n = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N} \quad (1)$$

と表現することが多い。逆に H から h を導く逆フーリエ変換は、

$$h_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} H_n e^{-2\pi i k n / N} \quad (2)$$

となる。 h_k と H_n が従う Parseval の定理は、

$$\sum_{k=0}^{N-1} |h_k|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |H_n|^2$$

となる。

(1)と(2)の式を、単純にプログラムに実装すると $O(N^2)$ オーダーの演算が必要なものに見えるが、Danielson と Lnczos によれば(1942)、長さ N の離散フーリエ変換は、2 個の長さ $N/2$ の離散フーリエ変換の和で表せる。このことを再帰的に実装すれば $O(N \log_2 N)$ オーダーの演算で変換が実行できる。これが高速フーリエ変換（FFT）である。

キーワード

フーリエ変換、逆フーリエ変換、Danielson、Lanczos

<u>定数名</u>	FFT_FORWARD
<u>型</u>	Integer
<u>値</u>	1

<u>定数名</u>	FFT_REVERSE
<u>型</u>	Integer
<u>値</u>	-1

<u>説明</u>	フーリエ変換メソッドの <code>Four1</code> と <code>RealFt</code> において、フーリエ変換と逆フーリエ変換の動作を指定する引数として用いる。
-----------	---

メソッド名
引数

Four1
ByVal Data() As Double, ByVal Isign As Integer

説明

Isign の値が FFT_FORWARD のとき、長さ $N \times 2$ の Data() は h_k とみなされ、その離散フーリエ変換 H_n で置き換えられる。

Isign の値が FFT_REVERSE のとき、長さ $N \times 2$ の Data() は H_n とみなされ、をその離散逆フーリエ変換 h_k の N 倍で置き換えられる。

Data() は、長さが 2 の整数乗倍 (N) のさらに 2 倍であること。つまり、長さが

$2 \times 2, 4 \times 2, 8 \times 2, \dots, 1024 \times 2, 2048 \times 2, \dots, N \times 2$
であること。2 の整数乗倍個 ($2, 4, 8, \dots, 1024, 2048, \dots, N$) の複素数 h_k 又は H_n を、実部と虚部を交互に格納する。次の表を参照のこと。

Data() の インデックス	フーリエ変換 Isign = FFT_FORWARD 入力 → 出力 逆フーリエ変換 Isign = FFT_REVERSE 出力 ← ($\times N$) 入力	
0	h_0 実部	H_0 実部
1	虚部	虚部
2	h_1 実部	H_1 実部
3	虚部	虚部
$N-2$		$H_{N/2-1}$ 実部
$N-1$		虚部
N		$H_{N/2}$ と $H_{-N/2}$ 実部
$N+1$		虚部
$N+2$		$H_{-N/2+1}$ 実部
$N+3$		虚部
$N \times 2 - 4$		h_{N-2} 実部
$N \times 2 - 3$		虚部
$N \times 2 - 2$		h_{N-1} 実部
$N \times 2 - 1$		虚部

キーワード

フーリエ変換、逆フーリエ変換、Brenner

メソッド名

TwoFft

引数

ByVal Data1() As Double, ByVal Data2() As Double,
ByRef Fft1() As Double, ByRef Fft2() As Double

説明

実数の Data1() の離散フーリエ変換を Fft1() に、実数の Data2() の離散フーリエ変換を Fft2() に格納する。Data1() と Data2() は、長さが等しく 2 の整数乗倍 (N) であること。つまり、長さが

2、4、8、・・・、1024、2048、・・・、 N

であること。Fft1() と Fft2() は、長さが $N \times 2$ となって、複素数の実部と虚部が格納される。

Data1() Data2() の インデックス	実数
0	h_0 実部
1	h_1 実部
$N-2$	h_{N-2} 実部
$N-1$	h_{N-1} 実部

Fft1() Fft2() の インデックス	複素数
0	H_0 実部
1	虚部
2	H_1 実部
3	虚部
$N-2$	$H_{N/2-1}$ 実部
$N-1$	虚部
N	$H_{N/2}$ と $H_{N/2}$ 実部
$N+1$	虚部
$N+2$	$H_{-N/2+1}$ 実部
$N+3$	虚部
$N \times 2 - 4$	H_2 実部
$N \times 2 - 3$	虚部
$N \times 2 - 2$	H_1 実部
$N \times 2 - 1$	虚部

キーワード

フーリエ変換、実数、同時

メソッド名

RealFt

引数

ByVal Data() As Double, ByVal Isign As Integer

説明

Isign の値が FFT_FORWARD のとき、長さ N の Data() は実数の h_k とみなされ、その離散フーリエ変換 H_n のうち正周波成分で置き換えられる。
Isign の値が FFT_REVERSE のとき、長さ N の Data() は H_n のうち正周波成分とみなされ、をその離散逆フーリエ変換 h_k の $N/2$ 倍で置き換えられる。

Data() は、長さが 2 の整数乗倍 (N) のさらに 2 倍であること。つまり、長さが

2×2 、 4×2 、 8×2 、 \dots 、 1024×2 、 2048×2 、 \dots 、 $N \times 2$

であること。Data() の格納は次の表を参照のこと。

Data() の インデックス	フーリエ変換 Isign = FFT_FORWARD 入力 → 出力 逆フーリエ変換 Isign = FFT_REVERSE 出力 ← (×N/2) 入力			
0	h_0 実部	H_0	実部	
1	h_1 実部	$H_{N/2}$	実部	
2	h_2 実部	H_1	実部	
3	h_3 実部		虚部	
$N - 4$	h_{N-4} 実部	$H_{N/2-2}$	実部	
$N - 3$	h_{N-3} 実部		虚部	
$N - 2$	h_{N-2} 実部	$H_{N/2-1}$	実部	
$N - 1$	h_{N-1} 実部		虚部	

キーワード

フーリエ変換、逆フーリエ変換、実数、正周波成分